

Primi passi in aritmetica

La barriera di Jean Piaget.

Negli anni '30 del secolo scorso lo psicologo svizzero Jean Piaget, coadiuvato dalla sua allieva Alina Szeminska, svolse degli studi fondamentali sulla conservazione delle quantità. Egli evidenziò che prima dei cinque o sei anni si può essere indotti a dire che il liquido contenuto in una bottiglia cambia di quantità se esso viene travasato in una bottiglia più stretta (in cui il liquido raggiunge un livello più alto) o in più bicchieri. Facendo perciò dipendere la quantità di una sostanza continua dalla sua dislocazione spaziale. Lo stesso inconveniente fu evidenziato rispetto a quantità discrete.

Secondo l'eminente studioso svizzero, l'acquisizione del concetto di conservazione delle quantità avviene attraverso tre stadi fondamentali, che possiamo riscontrare sia per le quantità continue che per quelle discrete. Il terzo stadio è quello in cui il concetto di conservazione diventa stabile. Rinviando alla lettura de "[La genesi del numero nel bambino](#)" (1968) per gli opportuni approfondimenti, qui diamo una fugace idea di quanto è emerso dagli studi del Piaget in merito alla conservazione delle quantità discrete, presentando alcuni esempi significativi riguardanti le sue esperienze in riferimento ai primi due stadi.

Primo stadio. Questo stadio va dai quattro anni ai quattro e mezzo/cinque. In esso la coincidenza numerica tra due aggregati di oggetti – attraverso la corrispondenza a uno a uno – viene percepita solo quando essa si evidenzia col concorso determinante dell'operatore-insegnante. Il fanciullo non è in grado di costruirla da solo; e quando la corrispondenza viene a mancare sul piano concreto – pur senza sottrazione o aggiunta di elementi nei due aggregati confrontati – essa sembra scomparire dalla mente del bambino, che viene distratto dalla dislocazione spaziale degli oggetti. Ecco un esempio relativo al primo stadio (pag. 73) da cui sono stati tratti i dialoghi. In questo esempio e negli altri riferiti al secondo stadio, all'inizio si riporta il nome abbreviato del bambino, seguito dall'anno e dal mese della sua età, posti tra parentesi.

"Fra (4; 3): «Prendi le uova necessarie per i porta-uovo, né di più né di meno, un uovo per ogni porta-uovo». (Il fanciullo costituisce una fila di uova che ha la stessa lunghezza di quella dei porta-uovo, pur essendo più numerosa.) «Le uova e i porta-uovo sono lo stesso? » «Sì» «Allora metti le uova per vedere se è giusto ». (Il bambino esegue.) «Era lo stesso?» «No» (Si mettono via le uova superflue) «E adesso?» «Sì» (Quindi si tolgono le uova dai porta-uovo, ammucchiandole davanti a quelli.) «E adesso è lo stesso?» «No» «Perché?» «Ci sono più portauovo» ...".

Secondo stadio. Questo stadio, che subentra al precedente, dura fin verso i sei anni. Esso è caratterizzato dal fatto che il bambino determina da solo la corrispondenza a uno a uno, ma anche lui perde coscienza della coincidenza numerica quando la corrispondenza viene fatta sparire concretamente, come nel

primo stadio.

“Dum (5; 8), pag. 75: (Lui stesso fa corrispondere 6 uova a sei porta-uovo, quindi pone ciascun uovo su ciascun porta-uovo. Poi le uova vengono tolte e poste lontane tra loro.) «Sono lo stesso le uova e i porta-uovo? » «No» ... «Se si vuole rimettere un uovo in ogni porta-uovo, va bene ancora? » «Sì ... Non lo so»”.

Ed ecco un esempio preso da pag. 77. Esso ci mostra un bambino che è ormai prossimo al terzo stadio, che però non ha ancora pienamente raggiunto in quanto subentra ancora qualche fugace incertezza quando la dislocazione spaziale degli oggetti sembra poter alterare due quantità che il bambino ha realizzato con una corrispondenza a uno a uno.

“Os (5; 10): (Conta un numero di uova eguale a quello dei porta-uovo in cui quelle vengono deposte. Poi le uova vengono tolte e disposte riunite davanti ai porta-uovo. Però Os non si confonde come Dum.) «È lo stesso?» «Sì». (Poi le uova si distanziano tra loro.) «È lo stesso?» «No». «Dove ce n'è di più?» «Sono di più le uova». «Tutte le uova possono essere messe nei porta-uovo?» «Sì»”.

Terzo stadio. Questo stadio subentra al secondo e compare intorno ai sei anni. Esso è caratterizzato dal fatto che il bambino determina da solo la corrispondenza a uno a uno, ma non perde coscienza della coincidenza numerica quando la corrispondenza viene fatta sparire concretamente.

Cantare e contare!

L'ultimo esempio presentato nel precedente paragrafo è particolarmente illuminante. Infatti Os (5; 10) – pur essendo cosciente del fatto che le uova distanziate egli riuscirà a rimetterle nei porta-uovo, realizzando nuovamente la corrispondenza a uno a uno che è stata provvisoriamente eliminata – continua a pensare che sia da prendere in considerazione anche un confronto quantitativo riferito alla dislocazione degli oggetti. Rivelando, perciò, un difetto di comprensione che è dovuto a una carenza di comunicazione: semplicemente, nessuno gli ha detto ancora come stanno le cose!

È chiaro che, finché gli inconvenienti riscontrati dal Piaget non vengono superati, è privo di senso parlare di aritmetica. Ma come porvi rimedio? Certamente il piccolo Os non si sarebbe confuso se gli avessero detto, cosa che egli era perfettamente in grado di capire, che – in relazione a confronti riguardanti la numerosità di aggregati diversi – nell'uso di termini quali più e meno si prescinde da come i vari oggetti siano dislocati. In definitiva, l'unico criterio di valutazione è quello dato dal conteggio degli oggetti dei due aggregati. Perciò, se nei due conteggi si arriva a un medesimo numero finale, allora si dice che i due aggregati hanno lo stesso numero di oggetti [elementi]. Altrimenti si dice che ha meno oggetti l'aggregato per i cui elementi il conteggio arriva fino a un numero che viene prima del numero a cui si perviene contando gli elementi dell'altro; onde per quest'altro si dirà che esso ha più oggetti del primo.

Sottolineiamo che l'accettazione di quanto espresso poc'anzi rientra in un

quadro, in un universo che è compreso dai bambini, che si rendono conto del fatto che la gran parte dei modi di dire e frutto di convenzioni e di accordi. Questi potranno non piacere, ma non si può prescindere da essi. Diversamente, si correrebbe il rischio di andare incontro a inconvenienti seri, così come non rispettare la convenzione che vieta di attraversare una strada col semaforo rosso – un colore molto apprezzato dalla maggior parte dei bimbi – può determinare conseguenze molto gravi.

Alla presa di coscienza della convenzione del contare si può arrivare a poco a poco, con un percorso da intraprendere già a tre anni. Si potrà incominciare col ritornello un-due-tre – eventualmente associato al zum-pa-pa: un-due-tre zum-pa-pa. Con l'un-due-tre inizieranno i primi piccoli conteggi e i primi confronti numerici. Poi, una volta che sarà stato memorizzato l'un-due-tre, e sarà stato correttamente acquisito il significato del confronto numerico in relazione a quantità che non superano il tre – che il bambino a un certo punto sarà in grado di effettuare anche con un semplice colpo d'occhio – si passerà all'un-due-tre-qua-cin, che sarà opportuno sottolineare con una facile arietta musicale.

Ora siamo intorno ai quattro anni e il bambino è in grado di capire che qua e cin sono rispettivamente abbreviazioni di quattro e cinque. Sono parole che, data l'età, probabilmente egli già conosce; altrimenti, l'attività da svolgere in classe, in prosecuzione e in analogia con quella relativa all'un-due-tre già svolta, gli consentirà di memorizzare anche queste altre due paroline, mentre il motivetto musicale che sottolinea l'un-due-tre-qua-cin l'aiuterà a mantenerle tutt'e cinque in quello che è il loro ordine naturale.

Sottolineiamo che l'insegnante non dovrà mai stancarsi di ricordare di tanto in tanto che è solo ed esclusivamente la cantilena un-due-tre-qua-cin, usata come di dovere, che permette di effettuare i confronti numerici. Una volta che il bambino avrà acquisito ciò, si potrà provare a svolgere – in questo universo numerico un po' più ampio – le prime addizioni, usando palline che in un primo momento saranno distribuite in due cestini distinti, per un totale che – naturalmente – non dovrà superare il cinque; dopodiché le palline di un cestino saranno riversate nell'altro, ottenendo così un numero complessivo di palline che rappresenta la somma dei numeri di palline precedentemente contenute in cestini diversi.

Presto all'un-due-tre-qua-cin potrà seguire il sei-sett-o-no-die. Avremo perciò altre cinque paroline; cioè, cinque abbreviazioni per le quali è superfluo ripetere quanto è stato già detto per qua e cin.

Ora un-due-tre-qua-cin e sei-sett-o-no-die potranno essere inserite in un'arietta vera e propria, il cui scopo è già stato tratteggiato precedentemente in riferimento a un-due-tre-qua-cin.





+
Qui in allegato proponiamo il saggio completo ([primo PDF](#)) insieme con le parole e lo spartito ([secondo PDF](#)) di una canzoncina attinente al saggio. Proponiamo anche la musica, di cui forniamo l'audio ([MP3](#), parole e musica di Domenico Lenzi).

Per approfondire:

- J. Piaget, A. Szeminska, [La genesi del numero nel bambino](#). La Nuova Italia (1968).

Domenico Lenzi